

Лабораторная работа 2.5.1

Гришаев Григорий С01-119

17 апреля 2022 г.

1 Введение

Цель работы:

1. измерение температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения дистиллированной воды с использованием известного коэффициента поверхностного натяжения спирта;
2. определение полной поверхностной энергии и теплоты, необходимой для изотермического образования единицы поверхности жидкости при различной температуре.

В работе используются: прибор Ребиндера с термостатом и микроманометром; исследуемые жидкости; стаканы; микроскоп.

2 Теоретические сведения

Наличие поверхностного слоя приводит к различию давлений по разные стороны от искривленной границы раздела двух сред. Для сферического пузырька с воздухом внутри жидкости избыточное давление даётся формулой Лапласа:

$$\Delta P = P_{int} - P_{ext} = \frac{2\sigma}{r}, \quad (1)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, P_{int} и P_{ext} – давление внутри пузырька и снаружи, r – радиус кривизны поверхности раздела двух фаз. Эта формула лежит в основе предлагаемого метода определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости. Измеряется давление ΔP , необходимое для выталкивания в жидкость пузырька воздуха.

3 Экспериментальная установка

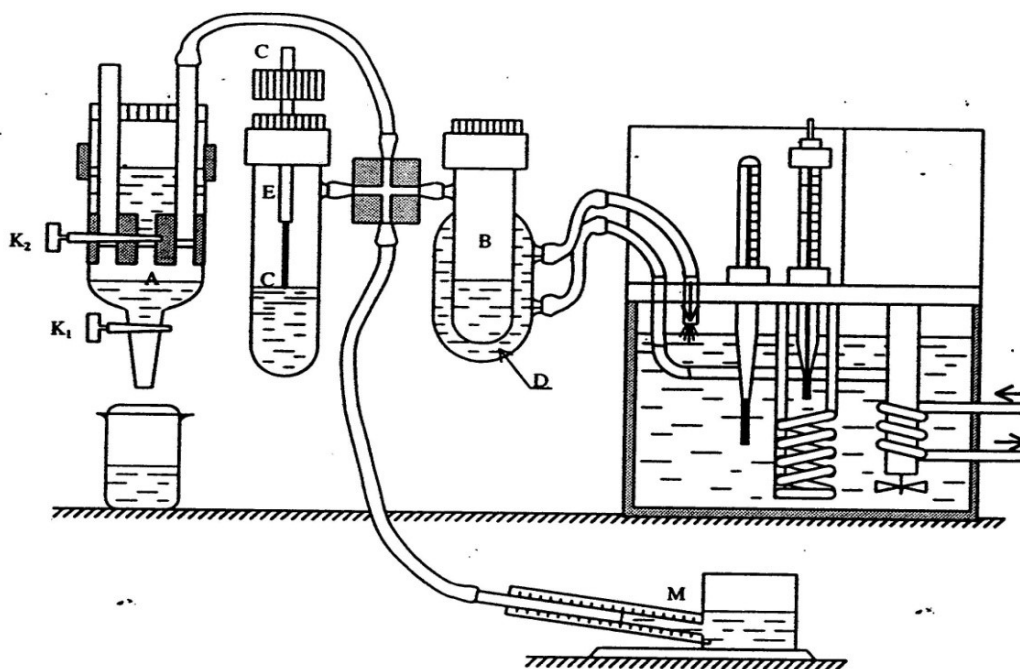


Рис. 1: Рисунок экспериментальной установки

Исследуемая жидкость (дистиллированная вода) наливается в сосуд (колбу) *B* (рис. 1). Тестовая жидкость (этиловый спирт) наливается в сосуд *E*. При измерениях колбы герметично закрываются пробками. Через одну из двух пробок проходит полая металлическая игла. Этой пробкой закрывается сосуд, в котором проводятся измерения. Верхний конец иглы открыт в атмосферу, а нижний погружен в жидкость. Другой сосуд герметично закрывается второй пробкой. При создании достаточного разрежения воздуха в колбе с иглой пузырьки воздуха начинают пробулькивать через жидкость. Поверхностное натяжение можно определить по величине разрежения ΔP (2), необходимого для прохождения пузырьков (при известном радиусе иглы).

Разрежение в системе создается с помощью аспиратора *A*. Кран K_2 разделяет две полости аспиратора. Верхняя полость при закрытом кране K_2 заполняется водой. Затем кран K_2 открывают и заполняют водой нижнюю полость аспиратора. Разрежение воздуха создается в нижней полости при открывании крана K_1 , когда вода вытекает из неё по каплям. В колбах и , соединённых трубками с нижней полостью аспиратора, создается такое же пониженное давление. Разность давлений в полостях с разреженным воздухом и атмосферой измеряется спиртовым микроманометром.

Для стабилизации температуры исследуемой жидкости через рубашку *D* колбы непрерывно прогоняется вода из термостата.

Обычно кончик иглы лишь касается поверхности жидкости, чтобы исключить влияние гидростатического давления столба жидкости. Однако при измерении температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения возникает ряд сложностей. Во-первых, большая теплопроводность металлической трубки приводит к тому, что температура на конце трубки заметно ниже, чем в глубине жидкости. Во-вторых, тепловое расширение поднимает уровень жидкости при увеличении температуры.

Обе погрешности можно устранить, погрузив кончик трубки до самого дна. Полное давле-

ние, измеренное при этом микроманометром, равно

$$P = \Delta P + \rho gh.$$

Заметим, что ρgh от температуры практически не зависит, так как подъём уровня жидкости компенсируется уменьшением её плотности (произведение ρg определяется массой всей жидкости и поэтому постоянно). Величину ρgh следует измерить двумя способами.

Во-первых, измерить величину $P_1 = \Delta P'$, когда кончик трубки только касается поверхности жидкости. Затем при этой же температуре опустить иглу до дна и измерить $P_2 = \rho gh + \Delta P''$ ($\Delta P'$, $\Delta P''$ – давление Лапласа). Из-за несжимаемости жидкости можно положить $\Delta P' = \Delta P''$ и тогда

$$\rho gh = P_2 - P_1.$$

Во-вторых, при измерениях P_1 и P_2 измерить линейкой глубину погружения иглы h . Это можно сделать, измеряя расстояние между верхним концом иглы и любой неподвижной частью прибора при положении иглы на поверхности и в глубине колбы.

4 Ход работы

4.1 Измерение диаметра иглы

Измерим максимальное давление ΔP_{alc} при пробулькивании пузырьков воздуха через спирт. Результаты измерений занесём в таблицу 1.

№	P' , дел.	P , Па	$\langle P \rangle$, Па	σ_P , Па
1	47	92,2	93,1	2,0
2	48	94,2		
3	48	94,2		
4	47	92,2		
5	47	92,2		

Таблица 1: Результаты измерений в спирте

Учтём, что показания микроманометра связаны с давлением следующим соотношением:

$$P = P' \cdot 0,2 \cdot 9,81,$$

где P' – количество делений шкалы, а константы остаются постоянными во время всей работы и определяются исходя из паспорта устройства.

Вычислим среднее значение измеренного давления. Для этого воспользуемся следующей формулой:

$$\langle P \rangle = \frac{\sum_{k=1}^N P_k}{N} \approx 93,1 \text{ Па}, \quad (2)$$

где N – число проведённых измерений.

Также вычислим случайную погрешность измерений по формуле

$$\sigma_P^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (P_k - \langle P \rangle)^2} \approx 0,5 \text{ Па}. \quad (3)$$

Систематическую погрешность определим из расчёта, что погрешность измерения составила 1 деление прибора, или же $\sigma_P^{\text{сист}} \approx 1,9 \text{ Па}$.

Полная погрешность измерений определяется по формуле:

$$\sigma_P = \sqrt{(\sigma_P^{\text{сист}})^2 + (\sigma_P^{\text{случ}})^2} \approx 2,0 \text{ Па}. \quad (4)$$

Итого получаем $\Delta P_{alc} = (93,1 \pm 2,0) \text{ Па}$, ($\varepsilon = 2,2\%$).

Согласно ГОСТ 8.428-81 коэффициент поверхностного натяжения этилового спирта при комнатной температуре равен $\sigma_{alc} = 22,4 \text{ мН/м}$. По полученным результатам измерения и при помощи (2) вычисляем диаметр иглы по формуле:

$$d = \frac{4\sigma_{alc}}{\Delta P_{alc}} \approx 0,96 \text{ мм}.$$

Также вычисляем погрешность полученного результата:

$$\sigma_d = d \cdot \varepsilon_{\Delta P_{alc}} \approx 0,02 \text{ мм}.$$

Таким образом, получаем окончательный результат измерения диаметра иглы косвенным способом:

- $d = (0,96 \pm 0,02)$ мм, ($\varepsilon = 2,2\%$).

Также проведём измерение диаметра иглы при помощи оптического микроскопа.

По результатам прямого измерения получаем $d = (1,00 \pm 0,05)$ мм, ($\varepsilon = 5\%$).

Таким образом, диаметр иглы, измеренный двумя различными способами, совпадает в пределах погрешности, что может говорить о справедливости формулы, представленной в теоретических сведениях, а также об исправной работе экспериментальной установки.

4.2 Определения поправки при измерении давления для погруженной в воду иглы

Перенесём предварительно промытую и просушенную от спирта иглу в колбу с дистиллированной водой. Измерим максимальное давление P_1 при пробулькивании пузырьков, когда игла лишь касается поверхности воды. Измерите расстояние между верхним концом иглы и любой неподвижной частью прибора h_1 .

Утопим иглу в воду. Измерим h_2 . Также измерим максимальное давление в пузырьках P_2 . Полученные результаты заносим в таблицу 2.

№	P_1 , дел.	P_1 , Па	$\langle P_1 \rangle$, Па	σ_{P_1} , Па	h_1 , мм	σ_{h_1} , мм
1	131	257,0	257,0	1,9	54,0	0,5
2	131	257,0				
3	131	257,0				
4	131	257,0				
5	131	257,0				
6	131	257,0				

№	P_2 , дел.	P_2 , Па	$\langle P_2 \rangle$, Па	σ_{P_2} , Па	h_2 , мм	σ_{h_2} , мм
1	190	372,2	374,4	1,9	42,0	0,5
2	191	374,7				
3	191	374,7				
4	191	374,7				
5	191	374,7				
6	191	374,7				

Таблица 2: Определение поправки к давлению

Исходя из экспериментальных данных, определяем среднее значение давления $\langle P \rangle$ и погрешность измерения σ_P по формулам (4.1), (4.1) и (4.1).

По полученным данным определяем

$$P_2 - P_1 = 117,4 \text{ Па.}$$

Также вычисляем погрешность:

$$\sigma_{\Delta P} = \sqrt{\sigma_{P_1}^2 + \sigma_{P_2}^2} \approx 2,8 \text{ Па.} \quad (5)$$

Таким образом, получаем $\Delta P = (117,4 \pm 2,8)$ Па, ($\varepsilon = 2,4\%$).

По полученному значению ΔP можем рассчитать Δh по следующей формуле:

$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho g} \approx 11,9 \text{ мм,}$$

где $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды и $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

При этом погрешность нашего измерения равна

$$\sigma_{\Delta h} = \Delta h \cdot \varepsilon_{\Delta P} \approx 0,3 \text{ мм.}$$

Таким образом, получаем $\underline{\Delta h = (11,9 \pm 0,3) \text{ мм}}$, ($\varepsilon = 2,4\%$).

Заметим, что полученный результат в пределах погрешности совпадает с результатом, полученном прямым измерением $\underline{\Delta h' = (12,0 \pm 0,7) \text{ мм}}$, ($\varepsilon = 5,9\%$).

Значит, в ходе дальнейших измерений мы будем делать поправку $\underline{\Delta P = (117,4 \pm 2,8) \text{ Па}}$, на добавочное давление со стороны столба жидкости.

4.3 Измерение температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения

Снимем температурную зависимость $\sigma(T)$ дистиллированной воды. Для этого включим термостат и подождём, пока нужная нам температура не стабилизируется. После этого проведём измерение давления. Для уменьшения погрешности опыта замер давления при фиксированной температуре проведём несколько раз. Результаты измерений занесём в таблицу [3](#).

T, K	$P', \text{ дел}$	$P', \text{ Па}$	$\langle P' \rangle, \text{ Па}$	$\sigma_{P'}, \text{ Па}$	$P, \text{ Па}$	$\sigma_P, \text{ Па}$
302	190	372,8	374,3	2,0	257,0	3,4
	191	374,7				
	191	374,7				
	191	374,7				
	191	374,7				

T, K	$P', \text{ дел}$	$P', \text{ Па}$	$\langle P' \rangle, \text{ Па}$	$\sigma_{P'}, \text{ Па}$	$P, \text{ Па}$	$\sigma_P, \text{ Па}$
307	189	370,8	370,8	2,0	253,4	3,4
	189	370,8				
	189	370,8				
	189	370,8				
	189	370,8				

T, K	$P', \text{ дел}$	$P', \text{ Па}$	$\langle P' \rangle, \text{ Па}$	$\sigma_{P'}, \text{ Па}$	$P, \text{ Па}$	$\sigma_P, \text{ Па}$
312	187	366,9	366,9	2,0	249,5	3,4
	187	366,9				
	187	366,9				
	187	366,9				
	187	366,9				

T, K	$P', \text{ дел}$	$P', \text{ Па}$	$\langle P' \rangle, \text{ Па}$	$\sigma_{P'}, \text{ Па}$	$P, \text{ Па}$	$\sigma_P, \text{ Па}$
317	185	363,0	363,4	2,0	246,0	3,4
	185	363,0				
	186	364,9				
	185	363,0				
	185	363,0				

T, K	$P', \text{ дел}$	$P', \text{ Па}$	$\langle P' \rangle, \text{ Па}$	$\sigma_{P'}, \text{ Па}$	$P, \text{ Па}$	$\sigma_P, \text{ Па}$
322	184	361,0	360,6	2,0	243,2	3,4
	184	361,0				
	183	359,0				
	184	361,0				
	184	361,0				

T, K	$P', \text{ дел}$	$P', \text{ Па}$	$\langle P' \rangle, \text{ Па}$	$\sigma_{P'}, \text{ Па}$	$P, \text{ Па}$	$\sigma_P, \text{ Па}$
327	183	359,0	358,3	2,0	240,9	3,4
	182	357,1				
	183	359,0				
	183	359,0				
	182	357,1				

T, K	$P', \text{ дел}$	$P', \text{ Па}$	$\langle P' \rangle, \text{ Па}$	$\sigma_{P'}, \text{ Па}$	$P, \text{ Па}$	$\sigma_P, \text{ Па}$
332	181	355,1	354,7	2,0	237,3	3,4
	181	355,1				
	181	355,1				
	181	355,1				
	180	353,2				

Таблица 3: Измерение температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения

Исходя из экспериментальных данных, определяем среднее значение давления $\langle P' \rangle$ и погрешность измерения $\sigma_{P'}$ (для давления без учёта поправки) по формулам (4.1), (4.1) и (4.1).

Также учитываем поправку к измеренному давлению, которая была вычислена в 4.2. Погрешность после её учёта вычисляем по формуле (4.2). Полученные результаты также заносим в таблицу 3.

По полученным данным вычислим коэффициент поверхностного натяжения для каждой из температур по формуле

$$\sigma = \frac{Pd}{4},$$

где d – диаметр иглы, вычисленный в 4.1. Погрешность такого результата вычисляется по следующей формуле:

$$\sigma_\sigma = \sigma \sqrt{\varepsilon_P^2 + \varepsilon_d^2}.$$

Полученные результаты заносим в таблицу 4.

№	T , К	σ_T ,	σ , мН/м	σ_σ , мН/м
1	302,0	0,1	61,9	1,6
2	307,0	0,1	61,0	1,6
3	312,0	0,1	60,1	1,5
4	317,0	0,1	59,2	1,5
5	322,0	0,1	58,6	1,5
6	327,0	0,1	58,0	1,5
7	332,0	0,1	57,2	1,5

Таблица 4: Зависимость коэффициента пов. натяжения от T

Полученную зависимость наносим на график (рис.). Вычислим коэффициенты аппроксимирующей прямой $\sigma = kT + b$, где $k = \frac{d\sigma}{dT}$, используя метод наименьших квадратов:

$$k = \frac{\langle T\sigma \rangle - \langle T \rangle \langle \sigma \rangle}{\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2} \approx -0,155 \frac{\text{мН}}{\text{м} \cdot \text{К}},$$

$$b = \langle \sigma \rangle - k \langle T \rangle \approx 108,6 \frac{\text{мН}}{\text{м}}.$$

Случайные погрешности определения этих коэффициентов вычислим по следующим формулам:

$$\sigma_k^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N-2} \left(\frac{\langle (\sigma - \langle \sigma \rangle)^2 \rangle}{\langle (T - \langle T \rangle)^2 \rangle} \right) - k^2} \approx 0,005 \frac{\text{мН}}{\text{м} \cdot \text{К}},$$

$$\sigma_b^{\text{случ}} = \sigma_k^{\text{случ}} \sqrt{\langle x^2 \rangle} \approx 1,7 \frac{\text{мН}}{\text{м}}.$$

Систематические погрешности оценим по следующим формулам:

$$\sigma_k^{\text{сист}} = |k| \sqrt{\varepsilon_T^2 + \varepsilon_\sigma^2} \approx 0,004 \frac{\text{мН}}{\text{м} \cdot \text{К}},$$

$$\sigma_b^{\text{сист}} = |b| \sqrt{\varepsilon_T^2 + \varepsilon_\sigma^2} \approx 2,8 \frac{\text{мН}}{\text{м}}.$$

Таким образом, полные погрешности измерений определяются следующими соотношениями:

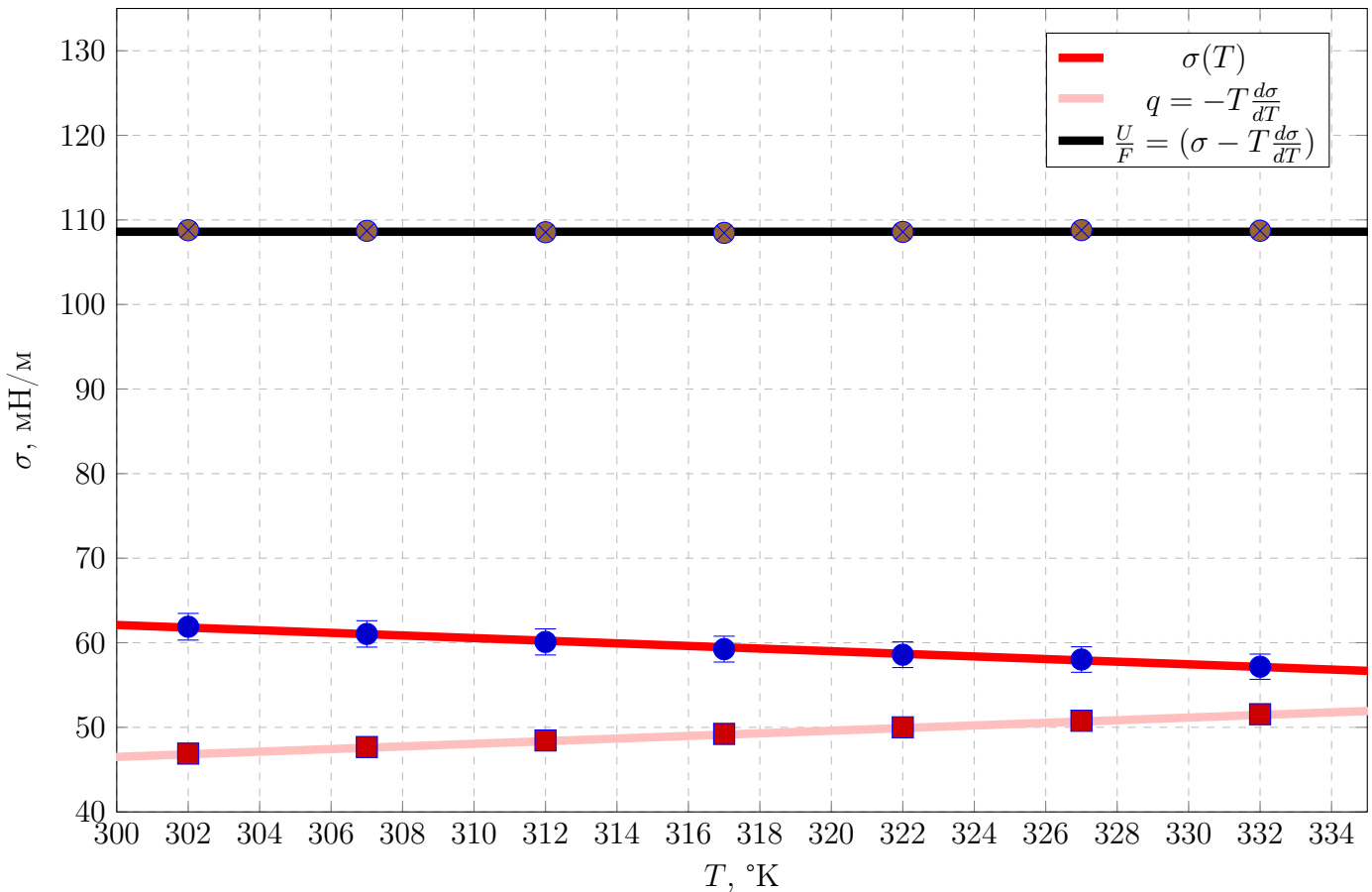
$$\sigma_k = \sqrt{(\sigma_k^{\text{сист}})^2 + (\sigma_k^{\text{случ}})^2} \approx 0,006 \frac{\text{мН}}{\text{м} \cdot \text{К}},$$

$$\sigma_b = \sqrt{(\sigma_b^{\text{сист}})^2 + (\sigma_b^{\text{случ}})^2} \approx 3,3 \frac{\text{мН}}{\text{м}}.$$

Таким образом, окончательно получаем:

- $k = \frac{d\sigma}{dT} = (-0,155 \pm 0,006) \frac{\text{мН}}{\text{м} \cdot \text{К}}, (\varepsilon = 4,2\%);$
- $b = (108,6 \pm 3,3) \frac{\text{мН}}{\text{м}}, (\varepsilon = 2,9\%).$

Графики зависимостей



По полученным данным можно нанести на график зависимость от температуры коэффициента поверхностного натяжения $\sigma(T)$, теплоты образования единицы поверхности жидкости $q = -T \frac{d\sigma}{dT}$ и поверхностной энергии U единицы площади F : $\frac{U}{F} = \left(\sigma - T \frac{d\sigma}{dT} \right)$.

5 Обсуждение результатов и выводы

В ходе работы были выполнены следующие задачи:

- Был измерен диаметр иглы при помощи известного коэффициента поверхностного натяжения спирта. Полученный результат $d = (0,96 \pm 0,02)$ мм, $(\varepsilon = 2,2\%)$ с хорошей точностью совпадает с диаметром, измеренным при помощи светового микроскопа.

- Было определено добавочное давление $\Delta P = (117,4 \pm 2,8)$ Па, ($\varepsilon = 2,4\%$), создаваемое столбом жидкости при опускании иглы на $\Delta h' = (12,0 \pm 0,7)$ мм, ($\varepsilon = 5,9\%$). Полученное экспериментально значение Δh в пределах погрешности совпало с прямым измерением $\Delta h'$. Полученная поправка к давлению была использована в дальнейшем в основной части работы.
- Был экспериментально получен коэффициент поверхностного натяжения воды при различных её температурах. Так, например, при температуре $29^\circ C$ коэффициент $\sigma \approx (61,9 \pm 1,6)$ мН/м. А при $59^\circ C$ – $\sigma \approx (57,2 \pm 1,5)$ мН/м.
- Была экспериментально получена зависимость коэффициента поверхностного натяжения дистиллированной воды от температуры. Был вычислен коэффициент пропорциональности $k = \frac{d\sigma}{dT} = (-0,155 \pm 0,006) \frac{\text{мН}}{\text{м} \cdot \text{К}}$, ($\varepsilon = 4,2\%$).
- Были построены графики зависимости от температуры теплоты образования единицы поверхности жидкости и поверхностной энергии единицы площади.

Полученные результаты дают основание полагать, что теоретические данные довольно точно описывают наблюдаемые зависимости. При этом численные результаты значительно отличаются от табличных данных, что может говорить о низкой точности метода измерений, которая, вероятно, связана с необходимостью учёта сложных не квазистатических процессов, происходящих при пробулькивании пузырька. Также большую погрешность мог внести тот факт, что «дистиллированная» вода, используемая в ходе эксперимента имела примеси спирта, которые попали туда в результате некачественной очистки иглы от остатков этанола после первой части работы. Более того, в колбе с водой были обнаружены волокна тряпки, которая использовалась для протирки иглы от спирта, что тоже могло повлиять на точность полученных результатов.