

Отчёт о выполнении лабораторной работы 2.1.1

Гришаев Григорий С01-119

11 апреля 2022 г.

Измерение удельной теплоёмкости воздуха при постоянном давлении

Цель работы: измерить повышение температуры воздуха в зависимости от мощности подводимого тепла и расхода при стационарном течении через трубу; исключив тепловые потери, по результатам измерений определить теплоёмкость воздуха при постоянном давлении

В работе используются: теплоизолированная стеклянная трубка; электронагреватель; источник питания постоянного тока; амперметр, вольтметр (цифровые мультиметры); термомпара, подключенная к микровольтметру; компрессор; газовый счётчик; секундомер.

1 Теоретические сведения

Определение теплоёмкости обычно производится в калориметрах. При этом регистрируется количество тепла Q , полученное телом, и изменение температуры этого тела ΔT . Теплоёмкость тела определяется как их отношение:

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \quad (1)$$

Необходимо, чтобы количество тепла, затрачиваемое на нагревание исследуемого тела, существенно превосходило тепло, расходуемое на нагревание самого калориметра, а также на потери тепла из установки. Для увеличения количества нагреваемого газа при неизменных размерах установки в нашей работе исследуемый газ (воздух) продувается через калориметр, внутри которого установлен нагреватель. При этом измеряются мощность нагревателя, масса воздуха, протекающего в единицу времени (расход), и приращение его температуры. Рассмотрим газ, протекающий стационарно слева направо через трубу постоянного сечения, в которой установлен нагревательный элемент (см. рис. 1). Пусть за некоторое время dT через калориметр прошла малая порция газа массой $dm = qdt$, где q [кг/с] — массовый расход газа в трубе. Если мощность нагрева равна N , мощность тепловых потерь на обмен с окружающей средой $N_{\text{пот}}$, то порция получила тепло $\delta Q = (N - N_{\text{пот}})dt$. С другой стороны, по определению теплоёмкости 1, $\delta Q = cdm\Delta T$, где $\Delta T = T_2 - T_1$ - приращение температуры газа, и c — удельная (на единицу массы) теплоёмкость газа в рассматриваемом процессе. При малых расходах газа и достаточно большом диаметре трубы перепад давления на её концах мал, поэтому можно принять, что $P_1 \approx P_2 = P_0$, где P_0 — атмосферное давление. Следовательно, в условиях опыта измеряется удельная теплоёмкость при постоянном давлении c_p . Таким образом, получаем

$$c_p = \frac{N - N_{\text{пот}}}{q\Delta T}; \quad (2)$$

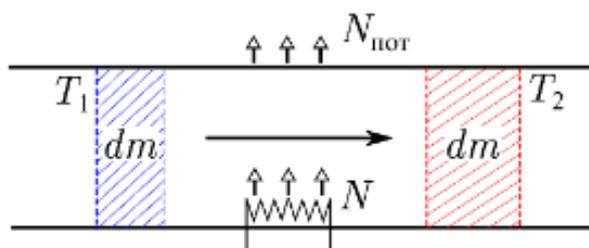


Рис. 1: Нагрев газа при течении по трубе

1.1 Экспериментальная установка:

Схема установки изображена на рис.2. Воздух, нагнетаемый компрессором, прокачивается через калориметр. Калориметр представляет собой стеклянную цилиндрическую трубку с двойными стенками, запаянными с торцов.

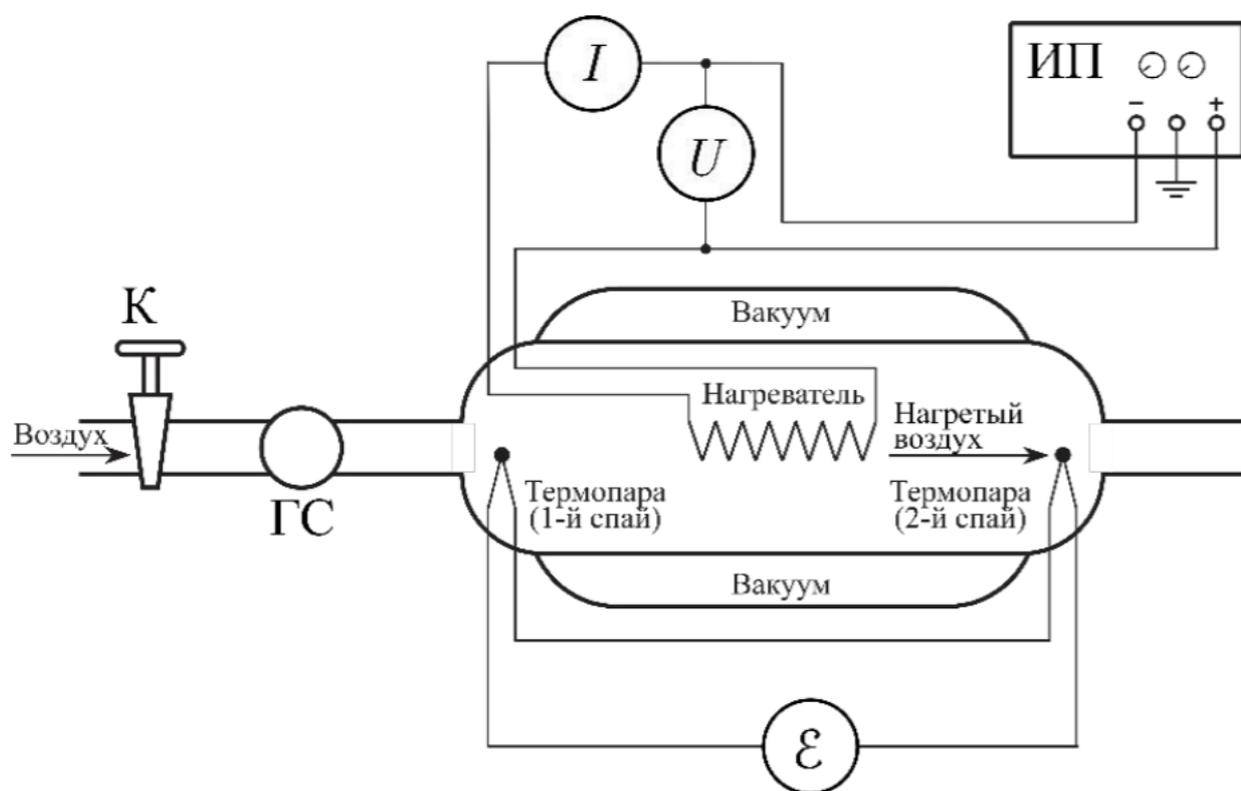


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

Нагреватель в виде намотанной на пенопласт нихромовой проволоки расположен внутри калориметра непосредственно в воздушном потоке. Нагрев проволоки производится от регулируемого источника постоянного тока (ИП). Напряжение U на нагревателе и ток I через него регистрируются цифровыми мультиметрами. Таким образом, мощность нагрева равна

$$N = UI \quad (3)$$

Для измерения разности температур ΔT служит медно-константановая термопара. Один спай термопары расположен в струе воздуха, входящего в калориметр, и находится при комнатной температуре, а второй — в струе выходящего нагретого воздуха. Константановая проволока термопары расположена внутри калориметра, а медные проводники подключены к цифровому вольтметру. Возникающая в термопаре ЭДС ε пропорциональна

разности температур ΔT спаев:

$$\varepsilon = \beta \Delta T \quad (4)$$

где $\beta = 40.7 \frac{\text{мкВ}}{\text{°C}}$ — чувствительность медно-константановой термопары в рабочем диапазоне температур (20–30 °C). ЭДС регистрируется с помощью микровольтметра.

Объём воздуха, прошедшего через калориметр, измеряется газовым счётчиком ГС. Для регулировки расхода служит кран К. Время Δt прохождения некоторого объёма ΔV воздуха измеряется секундомером. Объёмный расход равен $\Delta V / \Delta t$, массовый расход может быть найден как

$$q = \rho_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (5)$$

где ρ_0 — плотность воздуха при комнатной температуре, которая в свою очередь может быть получена из уравнения Менделеева–Клапейрона: $\rho_0 = \frac{\mu P_0}{RT_0}$, где P_0 — атмосферное давление, T_0 — комнатная температура (в Кельвинах), $\mu = 29,0$ г/моль — средняя молярная масса (сухого) воздуха. Учитывая особенности устройства калориметра, следует ожидать, что мощность нагревателя расходуется не только на нагрев массы прокачиваемого воздуха, но и частично теряется за счет нагрева внутренних стенок термостата и рассеяния тепла через торцы термостата. Можно предположить, что при небольшом нагреве ($\Delta T \ll T_0$) мощность потерь тепла $N_{\text{пот}}$ прямо пропорциональна разности температур:

$$N_{\text{пот}} = \alpha \Delta T \quad (6)$$

где α — некоторая константа. При этом условии основное соотношение 2 принимает вид

$$N = (c_p q + \alpha) \Delta T \quad (7)$$

Следовательно, при фиксированном расходе воздуха ($q = \text{const}$) подводимая мощность и разность температур связаны прямой пропорциональностью ($\Delta T N$ — линейная функция).

1.2 Оборудование и инструментальные погрешности

Для измерения ε использовался вольтметр универсальный В7-78/1, его абсолютная погрешность равна $\pm(0.005 \frac{\varepsilon}{100} + 3.5)$ мкВ.

Для измерения U использовался цифровой универсальный вольтметр GDM-8145, абсолютная погрешность которого равна $\pm(0.0003U \pm 4 \text{ мВ})$. Его же мы использовали для измерения I , абсолютная погрешность: $\pm(0.002I + 20 \text{ мкА})$.

1.3 Ход работы

1. Запишем показания комнатной температуры, давления и влажности воздуха.

	Значение	σ
T_0 , К	295.45	0.1
p , Па	99375.15	1
ϕ	64%	1%

Рассчитываем плотность воздуха ρ_0 :

$$\rho_0 = \frac{2.9 * 10^{-3} * 99375.15}{8.31 * 295.45} \approx 1.17 \text{ кг/м}^3$$

Относительную погрешность вычисления плотности воздуха вычислим по формуле:

$$\frac{\sigma_{\rho_0}}{\rho_0} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{P_0}}{P_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\phi}}{\phi}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\rho_0} = 0.018 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

2. Рассчитываем теоретическую теплоемкость воздуха при постоянном давлении (в предположении, что воздух - смесь двух идеальных двухатомных газов):

$$C_p = \frac{7}{2}R \approx 29.09 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} * \text{К}}$$

$$C_p^\mu = \frac{C_p}{\mu} \approx 1 \frac{\text{Дж}}{\text{г} * \text{К}}$$

3. С помощью газового счетчика и секундомера измерим расход воздуха для двух случаев, пользуясь формулой 5 (q_1 и q_2). Результаты измерений представлены в таблице. Итого, $q_1 = \bar{q}_1 = 0.23 \text{ г/с}$, $q_2 = \bar{q}_2 = 0.176 \text{ г/с}$.

ΔV , л	Δt , с	$\frac{\Delta V}{\Delta t}$, $\frac{\text{л}}{\text{с}}$	q_1 , $\frac{\text{г}}{\text{с}}$	$\sigma_{q_1\text{кос}}$, $\frac{\text{г}}{\text{с}} * 10^{-3}$
5	24.9	0.2	0.234	0.47
5	25.6	0.2	0.234	0.47
5	26.0	0.19	0.222	0.45

Таблица 1: Измерение q_1

ΔV , л	Δt , с	$\frac{\Delta V}{\Delta t}$, $\frac{\text{л}}{\text{с}}$	q_2 , $\frac{\text{г}}{\text{с}}$	$\sigma_{q_2\text{кос}}$, $\frac{\text{г}}{\text{с}} * 10^{-3}$
5	32.7	0.15	0.176	0.35
5	33.1	0.15	0.176	0.35
5	33.2	0.15	0.176	0.35

Таблица 2: Измерение q_2

Вычислим случайную погрешность измерения q :

$$\sigma_q = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q})^2}$$

Итак, $\sigma_{q_1} = 4 * 10^{-3} \frac{\text{г}}{\text{с}}$, $\sigma_{q_2} \approx 0 \frac{\text{г}}{\text{с}}$

Вычислим величину относительной косвенной погрешности измерения q_1 и q_2 :

$$\frac{\sigma_{q\text{кос}}}{q} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{T_0}}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{P_0}}{P_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2}$$

Косвенная погрешность для среднего значения q : $\sigma_{q_1\text{кос}} = 0.00046 \frac{\text{г}}{\text{с}}$, $\sigma_{q_2\text{кос}} = 0.00035 \frac{\text{г}}{\text{с}}$

Суммарная погрешность:

$$\sigma_{\bar{q}} = \sqrt{(\sigma_q)^2 + (\sigma_{q\text{кос}})^2}$$

$$\sigma_{\bar{q}_1} = 0.0006 \frac{\text{г}}{\text{с}}$$

$$\sigma_{\bar{q}_2} = 0.0004 \frac{\text{г}}{\text{с}}$$

4. Оценим величину тока нагревателя I_0 , требуемого для нагрева воздуха на $\delta Q = 1\text{К}$. Оценим минимальную мощность N_0 , необходимую для нагрева газа при максимальном расходе $N_0 = c_p q \Delta T \approx 0.23\text{ Вт}$ в первом случае, $N_0 = c_p q \Delta T \approx 0.176\text{ Вт}$ во втором случае.

Учитывая, что сопротивление проволоки нагревателя составляет приблизительно $R_{\text{н}} \approx 35\text{ Ом}$ и в процессе опыта практически не меняется, искомое значение тока: $I_0 = \sqrt{\frac{N_0}{R_{\text{н}}}} \approx 0.08\text{ А}$ (в первом случае), $I_0 = \sqrt{\frac{N_0}{R_{\text{н}}}} \approx 0.07\text{ А}$ (во втором случае).

5. Зафиксируем $\Delta T(N)$ для двух значений q (между измерениями калориметр надлежит остудить): $q_1 = 0.236\text{ г/с}$, $q_2 = 0.179\text{ г/с}$.

$U, \text{В}$	$I, \text{мА}$	$N, \text{Вт}$	$\varepsilon, \text{мкВ}$	$\Delta T, \text{К}$
6.105	169.81	1.0367	154	3.78
5.576	155.02	0.8644	127	3.12
5.334	148.46	0.7919	120	2.95
4.947	133.77	0.6618	102	2.51

Таблица 3: Зависимость $\Delta T(N)$ для q_1

$U, \text{В}$	$I, \text{мА}$	$N, \text{Вт}$	$\varepsilon, \text{мкВ}$	$\Delta T, \text{К}$
5.934	165.82	0.984	186	4.57
5.021	140.4	0.7049	131	3.22
4.572	127.83	0.5844	108	2.65
4.231	118.3	0.5005	93	2.29

Таблица 4: Зависимость $\Delta T(N)$ для q_2

1.4 Обработка данных

Построим на одном графике зависимости $\Delta T(N)$ при q_1 и q_2 . Коэффициент аппроксимирующей прямой найдем по формуле

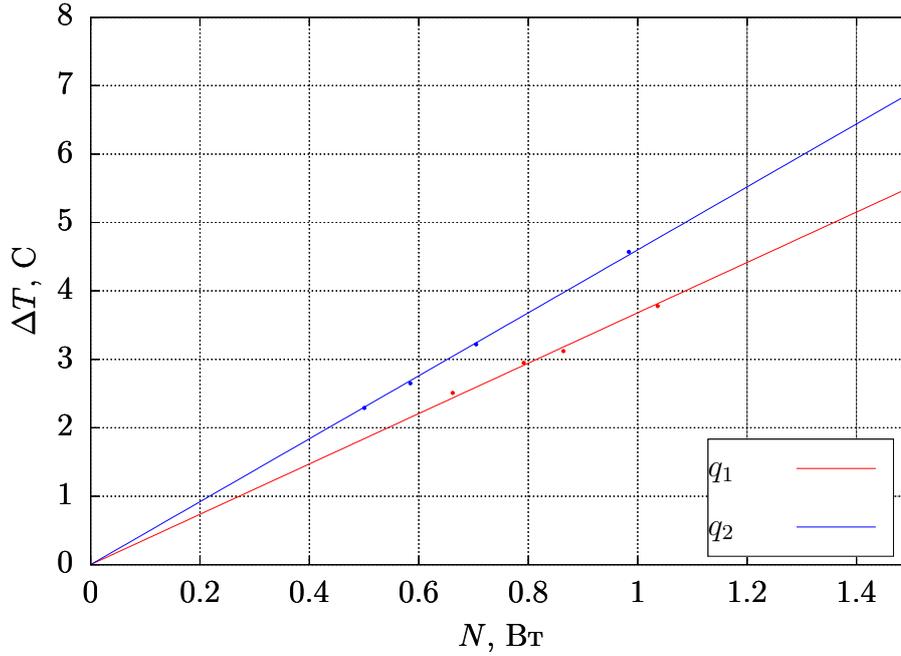
$$k = \frac{\overline{\Delta T N}}{\overline{N^2}}$$

Итого, $k_1 = 3.68$, $k_2 = 4.6$.

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\frac{\overline{\Delta T^2}}{\overline{N^2}} - k^2 \right)}$$

$$\sigma_{k_1} \approx 0.023 \frac{\text{К}}{\text{Вт}}$$

$$\sigma_{k_2} \approx 0.0188 \frac{\text{К}}{\text{Вт}}$$



Воспользуемся соотношениями $C_p q_1 + \alpha = \frac{1}{k_1}$, $C_p q_2 + \alpha = \frac{1}{k_2}$, откуда имеем

$$C_p = \frac{k_2 - k_1}{k_2 k_1 (q_1 - q_2)}$$

$$\alpha = \frac{1}{k_1} - C_p q_1$$

Отсюда имеем: $C_p \approx 1.006 \frac{\text{Дж}}{\text{г*К}}$, $\alpha \approx 0.042 \frac{\text{Вт}}{\text{К}}$

Определим долю тепловых потерь: $\frac{N_{\text{пот}}}{N} = \frac{\alpha}{C_p q + \alpha}$.

$$\frac{N_{\text{пот}}}{N_1} \approx 0.153$$

$$\frac{N_{\text{пот}}}{N_2} \approx 0.189$$

Определим погрешность измерения C_p :

$$\sigma_{C_p} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{k_1}}{k_1^2(q_1 - q_2)}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{k_2}}{k_2^2(q_1 - q_2)}\right)^2 + \left(\frac{k_2 - k_1}{k_2 k_1 (q_1 - q_2)}\right)^2 (\sigma_{q_1}^2 + \sigma_{q_2}^2)^2}$$

Итого, $\sigma_{C_p} \approx 0.165 \frac{\text{Дж}}{\text{г*К}}$

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{k_1}}{k_1^2}\right)^2 + (q_1 \sigma_{C_p})^2 + (C_p \sigma_{q_1})^2} \approx 0.002 \frac{\text{Вт}}{\text{К}}$$

$$\frac{\sigma_{N_{\text{пот}}}}{N} = \frac{1}{(C_p q + \alpha)^2} \sqrt{(C_p q \sigma_\alpha)^2 + (\alpha q \sigma_{C_p})^2 + (\alpha C_p \sigma_q)^2}$$

$$\frac{\sigma_{N_{\text{пот}}}}{N_1} \approx 0.0217, \quad \frac{\sigma_{N_{\text{пот}}}}{N_2} \approx 0.0257$$

1.5 Обсуждение результатов

Полученное значение $C_p = 1.006 \pm 0.165 \frac{\text{Дж}}{\text{г*К}}$ практически совпадает с табличным $C_p^{\text{табл}} = 1.004 \frac{\text{Дж}}{\text{г*К}}$. Предположение о линейной зависимости $\Delta T(N)$ подтвердилось.

1.6 Вывод

Экспериментальным путем мы смогли определить крайне близкое к реальному значению удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении.